

Polynomdivision

Malin Christersson

Exempel. Vad blir kvoten $q(x)$ och resten r då $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 27$ divideras med $x - 3$?

Lösning.

$$f(x) = (x - 3)q(x) + r$$

$f(x)$ är ett tredjegradspolynom som divideras med ett förstegradspolynom. För att det skall fungera måste $q(x)$ vara ett andragsgradspolynom. Ett allmänt andragsgradspolynom skrivs

$$ax^2 + bx + c$$

Man får alltså att

$$2x^3 - 3x^2 - 27 = (x - 3)(ax^2 + bx + c) + r$$

Denna likhet skall gälla för **alla** x . Likheten kan endast gälla för alla x om det är exakt samma polynom på bägge sidor om likhetstecknet (inses "lätt"). Om de två polynomen skall vara lika måste de ha samma koefficienter.

$$\begin{aligned} 2x^3 - 3x^2 - 27 &= ax^3 + bx^2 + cx - 3ax^2 - 3bx - 3c + r \\ &= ax^3 + (b - 3a)x^2 + (c - 3b)x + r - 3c \end{aligned}$$

Identifiera koefficienterna i höger- och vänsterledet!

$$\begin{cases} a &= 2 \\ b - 3a &= -3 \\ c - 3b &= 0 \\ r - 3c &= -27 \end{cases} \iff \begin{cases} a &= 2 \\ b &= 3 \\ c &= 9 \\ r &= 0 \end{cases}$$

Alltså är kvoten $2x^2 + 3x + 9$ och resten 0.